

АДРИАНОВ Н.М.
ИВАНОВ А.Б.

АЛГОРИТМЫ И СТРУКТУРЫ ДАННЫХ

ЖАДНЫЕ АЛГОРИТМЫ (GREEDY)

ИЗВЕСТНЫЕ НАМ ЖАДНЫЕ АЛГОРИТМЫ

- Алгоритм Дейкстры.
- Алгоритм Прима.
- Алгоритм Крускала.

ЗАДАЧА О РАСПИСАНИИ

- Процессор (исполнитель) – может выполнять 1 задачу в каждый момент времени.
- Список задач P_1, P_2, \dots, P_n .
- Для каждой задачи заданы длительность l_i и приоритет w_i .

Пусть выбран порядок выполнения задач $P_{m_1}, P_{m_2}, P_{m_3}, \dots$

Время окончания выполнения задачи = сумма длительностей и задачи и всех задач перед ней:

$$C_{m_k} = \sum_{i=1}^k l_{m_i}$$

Требуется: найти порядок выполнения задач, при котором величина

$$\sum_{i=1}^n w_i C_i$$

будет минимальна.

ЗАДАЧА О РАСПИСАНИИ: ЖАДНЫЙ АЛГОРИТМ

УТВ. Упорядочим задачи по *убыванию* величины w_i/l_i .
Этот порядок будет оптимальным.

ДОК-ВО. Предположим, что оптимальный порядок другой.
Тогда в нем найдется пара задач, идущих подряд

$$\dots, P_i, P_j, \dots$$

для которых

$$w_i/l_i < w_j/l_j.$$

Поменяем порядок выполнения задач P_i и P_j : ...

ЗАДАЧА О КЭШИРОВАНИИ (CACHE)

Память компьютера разбита на страницы. Чтобы процессор получил доступ к данным, надо зачитать их в кэш. Читается страница целиком. В кэш помещается m страниц.

Дано: последовательность запросов к страницам.

Требуется: определить оптимальный сценарий сброса страниц из кэша, при котором количество промахов (cache miss) будет минимально.

Пример: $m = 3$. Последовательность запросов

$a, b, c, a, d, d, c, d, a, b$

ЗАДАЧА О КЭШИРОВАНИИ: ЖАДНЫЙ АЛГОРИТМ

ТЕОРЕМА (BÉLÁDY, 1966). Выкидываем из кэша ту страницу, которая понадобится в наиболее далеком будущем. Это оптимальная стратегия.

Доказательство использует похожую идею с перестановкой, как в задаче о расписании, но рассуждение более сложное.

ВЫБОР НЕПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ ИНТЕРВАЛОВ

Дано: набор (возможно пересекающихся) временных интервалов (s_i, f_i) .

Требуется: выбрать максимально возможное количество непересекающихся интервалов.

ВЫБОР НЕПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ ИНТЕРВАЛОВ

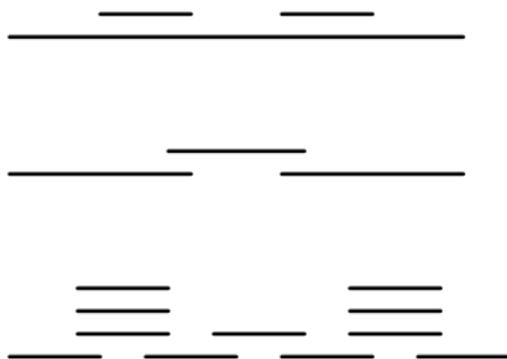
Идеи, как организовать жадный алгоритм: выбираем интервал

1. с минимальной начальной точкой s_i
2. минимальной длины $f_i - s_i$
3. с минимальным количеством пересечений

ВЫБОР НЕПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ ИНТЕРВАЛОВ

Идеи, как организовать жадный алгоритм: выбираем интервал

1. с минимальной начальной точкой s_i
2. минимальной длины $f_i - s_i$
3. с минимальным количеством пересечений



ВЫБОР НЕПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ ИНТЕРВАЛОВ

Выбираем интервал с самым ранним временем окончания f_i .
Выкидываем все интервалы, пересекающиеся с ним.
Повторяем.

УТВ. Это оптимальная стратегия.

ДОК-ВО. Пусть I_0 – интервал с самым ранним временем окончания. Возьмем оптимальный набор интервалов. Если I_0 в него не входит – заменим самый левый интервал в наборе на I_0 .