

1. (*Пересечения перпендикулярных отрезков*). Дано N горизонтальных и вертикальных отрезков. Требуется найти все точки пересечения.

2. (*Поиск в 2-мерном диапазоне*). Дано N точек на плоскости. Требуется многократно обрабатывать запросы следующего типа: для заданного прямоугольника $[x_1, x_2] \times [y_1, y_2]$ найти все точки, лежащие в нем.

Пусть все точки лежат в квадрате $[0, 1] \times [0, 1]$. Рассмотрите подход с разбиением квадрата на сетку из M^2 квадратов размера $1/M$. Как следует выбрать M ? Какова сложность алгоритма в среднем при равномерном распределении точек?

3. (*2d-дерево*). Построим бинарное дерево следующим образом. В вершинах будут храниться пары ключей (a, b) .

В вершинах на уровнях $0, 2, 4, \dots$ делим по координате x : в левом поддереве точки (x, y) с x -координатой $x < a$, в правом — $x \geq a$.

В вершинах на уровнях $1, 3, 5, \dots$ делим по координате y : в левом поддереве точки (x, y) с y -координатой $y < b$, в правом — $y \geq b$.

Придумайте и проанализируйте алгоритм решения задачи поиска в 2-мерном диапазоне с использованием $2d$ -дерева.

4. (*Поиск ближайшего соседа*). Дано N точек на плоскости. Требуется многократно обрабатывать запросы следующего типа: для заданной точки (x, y) найти ближайшую из этих N точек.

5. (*Интервальное дерево поиска*). Продумайте реализацию структуры данных, поддерживающих следующие операции:

- Добавить интервал (a, b)
- Найти интервал (a, b)
- Удалить интервал (a, b)

– Для заданного интервала (a, b) найти все пересекающиеся с ним интервалы (Подсказка: реализуем как бинарное дерево, в каждой вершине храним интервал, ключом является левый конец интервала. Дополнительно в каждой вершине храним максимальный правый конец для всех интервалов в поддереве. Продумайте механизм пересчета этой дополнительной информации при добавлении/удалении интервалов и ее использование для обработки запросов.)

6. (*Пересечения прямоугольников*). Дано N прямоугольников $[x_1, x_2] \times [y_1, y_2]$. Требуется найти все пары пересекающихся прямоугольников.