Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Механико-математический факультет

Кафедра теоретической информатики

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/А.В.Михалёв /

«22» января 2019 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Наименование дисциплины :**

спецкурс по выбору студента

**Полугруппы и автоматы**

**Уровень высшего образования:**

**Магистратура**

**Направление подготовки (специальность):**

**01.04.01 Математика**

**Направленность (профиль) ОПОП:**

**Математика**

Форма обучения:

очная

Рабочая программа рассмотрена и одобрена

на заседании кафедры Теоретической информатики

(Протокол №2а от 22 января 2019г.)

Москва 2019

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по специальности

« Математика» (программы магистратуры*)* в редакции приказа МГУ от 30 декабря 2016 г.

Год (годы) приема на обучение\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**1.** Место дисциплины в структуре ОПОП ВО **Вариативной части ОПОП ВО***.*

**2.** Входные требования для освоения дисциплины, предварительные условия : знание основ статистики, линейной алгебры и программирования.

**3.** Результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников*.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Компетенции выпускников (коды)** | **Планируемые результаты обучения по дисциплине , соотнесенные с компетенциями** |
| *ПК-1, ПК-5* | ***Знать:*** *основные свойства полугрупп и полигонов над полугруппами.*  ***Уметь:*** *ориентироваться в современных методах исследования полигонов над полугруппами*  ***Владеть:*** *методами решения задач по алгебраической теории полугрупп и полигоонов* |
| *ОПК-1, ОПК-2, ОПК-4* | ***Уметь :****решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий*  ***\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_***  ***Иметь опыт:*** *использования на практике математических методов, в том числе с применением современных вычислительных систем*  *\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_* |
| *УК-1* | ***Уметь:*** *формулировать научно обоснованные гипотезы, применять методологию научного познания в профессиональной деятельности*  ***\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_***  ***Владеть:*** *специальными разделами фундаментальной математики, методами анализа и решения задач*  *\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_* |

**4.** Формат обучения очный.

**5.** Объем дисциплины составляет **4** з.е., в том числе **50**  академических часов, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем, **30**  академических часов на самостоятельную работу обучающихся.

**6.** Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины ,**  **Форма промежуточной аттестации по дисциплине** | **Всего**  **(часы**) | | В том числе | | | |
| **Контактная работа  (работа во взаимодействии с преподавателем)**  **Виды контактной работы, часы** | | | **Самостоятельная работа обучающегося,**  **часы**  *(виды самостоятельной работы – эссе, реферат, контрольная работа и пр. – указываются при необходимости)* |
| Занятия лекционного типа\* | Занятия семинарского типа\* | **Всего** |  |
| Тема 1. Предмет алгебраической теории автоматов. Исторические сведения. Примеры полугрупп и полигонов над полугруппами. | 4 | | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 2. Полурешётки и решётки. Решётка отношений эквивалентности. Решётка конгруэнций. Теоремы об изоморфизме. | 6 | | 4 |  | 4 | 2 |
| Тема 3. Полигоны над группами. Полигоны над полурешётками. | 4 | | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 4. Односторонние конгруэнции полугруппы. Синтаксические правые конгруэнции. Минимальный автомат. | 6 | | 4 |  | 4 | 2 |
| Тема 5. Отношения Грина на полугруппах. Вполне простые и вполне 0-простые полугруппы. Теорема Сушкевича – Риса. Полигоны над вполне  (0-)простыми полугруппами. | 4 | | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 6. Подпрямо неразложимые алгебры. Теорема Биркгофа. Подпрямо неразложимые полигоны. | 4 | | 2 |  | 2 | 2 |
| Текущий контроль успеваемости – домашнее задание | 4 | |  | 2 | 2 | 2 |
| Тема 7. Дистрибутивные и модулярные решётки. Дистрибутивность и модулярность решёток конгруэнций полигонов. | 4 | | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 8. Финитная аппроксимируемость полигонов над полугруппами. | 6 | | 4 |  | 4 | 2 |
| Тема 9. Решётка квазипорядков и решётка топологий алгебры. Главные топологии. Решётка топологий полигона. | 4 | | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 10. Системы образующих полигона. Условия хопфовости. Теорема Карташова. | 6 | | 4 |  | 4 | 2 |
| Тема 11. Сплетения полигонови полугрупп. Теорема Крона – Роудза. | 6 | | 4 |  | 4 | 2 |
| Тема 12. Частичные алгебры. Продолжение операции. Частичные полигоны. | 4 | | 2 |  | 2 | 2 |
| Консультации | 4 | | | | 2 | 2 |
| Экзамен | 4 | | | | 4 |  |
| Промежуточная аттестация – домашнее задание | 10 | | | | 8 | 2 |
| **Итого** | 80 | 50 | | | | 30 |

7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине

7.1. Примерные задачи домашнего задания для проведения текущего контроля успеваемости.

1. Найти все (с точностью до изоморфизма) полугруппы порядка 2.
2. Описать все полурешётки из 4 элементов.
3. Какие отношения эквивалентности являются конгруэнциями (правыми, левыми, двусторонними) полугруппы левых или правых нулей, полугруппы с нулевым умножением?
4. Доказать, что в любой полугруппе всякая правая конгруэнция конечного индекса содержит двустороннюю конгруэнцию конечного индекса (в случае групп это означает хорошо известный факт: любая подгруппа конечного индекса содержит нормальную подгруппу конечного индекса).
5. Доказать, что решётка нормальных подгрупп любой группы модулярна.
6. Найти все идеалы полугруппы 
7. Описать все конгруэнции свободного циклического полигона над полугруппой  Является ли эта решётка дистрибутивной?
8. Показать, что полугруппа  нерегулярна при 
9. В мультипликативной полугруппе всех -матриц над полем  указать какой-нибудь левый идеал, не являющийся правым.
10. Назовём полугруппу  антикоммутативной, если она удовлетворяет квазитождеству  Прямоугольная связка – полугруппа, изоморфная  – прямому произведению полугруппы левых нулей  и полугруппы правых нулей  Доказать эквивалентность для любой полугруппы  следующих условий: (i)  антикоммутативна, (ii)  – прямоугольная связка, (iii)  удовлетворяет тождествам  и  (iv)  удовлетворяет тождеству 
11. Доказать, что решётка модулярна в том и только том случае, если в ней выполнено тождество 
12. Привести пример полигона (над какой-нибудь полугруппой), у которого решётка конгруэнций имеет вид  ( не сравнимы и отличны от 
13. Пусть  – полугруппа,  Доказать, что  – правая конгруэнция и 
14. Над группой  рассматриваются полигоны  и  ( и  – подгруппы). Найти необходимое и достаточное условие того, что эти полигоны изоморфны друг другу.
15. Множество  рассматривается как полигон над группой  (например, ). Так как  – унитарный циклический (почему?), то  для некоторой полгруппы  Что здесь 
16. Доказать, что любой полигон  над полугруппой  правых нулей представим в виде  где  при  
17. С помощью синтаксической правой конгруэнции доказать, что язык  (где ) нераспознаваемый.
18. Верно ли, что для любого языка  синтаксическая правая конгруэнция  и синтаксическая левая конгруэнция  имеют одинаковый индекс?
19. Пусть   Доказать, что язык  распознаваемый, построив синтаксическую правую конгруэнцию 
20. Построить минимальный автомат  для языка из предыдущей задачи. Выяснить, является ли  подпрямо неразложимым.
21. Для автомата из предыдущей задачи выяснить, является ли решётка конгруэнций Con модулярной.

7.2. Темы, предлагаемые для разработки слушателями спецкурса.

Описание полигонов над полугруппами левых и правых нулей.

Биполигоны и мультиполигоны и их связь с полигонами..

Описание решёток конгруэнций полигонов над группами, полугруппами левых или правых нулей, полугруппами с нулевым умножением, полурешётками (в частности, над цепями).

Нахождение условий дистрибутивности, модулярности, линейной упорядоченности, выполнения какого-либо нетривиального тождества в решётке конгруэнций полигона над полугруппой.

Составление эффективного алгоритма построения решётки конгруэнций полигона над полугруппой.

Нахождение условий хопфовости и кохопфовости, канторовости и коканторовости полигонов над теми или иными классами полугрупп.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)** | | | | |
| Оценка  РО и соответствующие виды оценочных средств | 2 | 3 | 4 | 5 |
| **Знания**  *(виды оценочных средств: устные и письменные опросы и контрольные работы, тесты, и т.п. )* | Отсутствие знаний | Фрагментарные знания | Общие, но не структурированные знания | Сформированные систематические знания |
| **Умения**  *(виды оценочных средств: практические контрольные задания, написание и защита рефератов на заданную тему и т.п.)* | Отсутствие умений | В целом успешное, но не систематическое умение | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности непринципиального характера) | Успешное и систематическое умение |
| **Навыки  (владения, опыт деятельности)**  *(виды оценочных средств: выполнение и защита курсовой работы, отчет по практике, отчет по НИР и т.п.)* | Отсутствие навыков (владений, опыта) | Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта) | В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме | Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач |

8. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной и дополнительной литературы,

1. Kilp M., Knauer U., Mikhalev A.V. Monoids, acts and categories. W. de Gruyter, 2000.
2. Клиффорд А., Престон Г. Алгебраическая теория полугрупп, т. 1, т. 2, м., Мир, 1972.
3. Алгебраическая теория автоматов, языков и полугруппы. Сб. статей под ред. М.Арбиба. М., Связь, 1975.
4. Лаллеман Ж. Полугруппы и комбинаторные приложения. М., Мир, 1984.
5. Avdeyev A.Yu., Kozhukhov I.B. Acts over completely 0-simple semigroups. Acta Cybernetica, 200, 14, № 4, 523-531.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://www.cambridge.org/ru/academic/subjects/computer-science/knowledge-management-databases-and-data-mining/mining-massive-datasets-2nd-edition#c3bEPha9lWJHRUhW.99>

2. <http://i.stanford.edu/~ullman/mmdsn.html>

9. Язык преподавания.

Русский

10. Преподаватель

Кожухов И.Б.

11. Автор программы

Кожухов И.Б.