Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Механико-математический факультет

Кафедра теоретической информатики

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/А.В.Михалев /

«22»января 2019 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Наименование дисциплины :**

специальный курс по выбору студента

**Графы и матрицы**

**Уровень высшего образования:**

**Аспирантура**

**Направление подготовки (специальность):**

**01.06.01 Математика и механика**

**Направленность (профиль) ОПОП:**

**Математика**

Форма обучения:

очная

Рабочая программа рассмотрена и одобрена

на заседании кафедры Теоретической информатики

(протокол № 2а, «22» января 2019 года)

Москва 2019

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по специальности

« Математика и механика» (программы аспирантуры) в редакции приказа МГУ от 30 декабря 2016 г.

Год (годы) приема на обучение

**1.** Место дисциплины в структуре ОПОП ВО. **Вариативная часть ОПОП ВО***.*

**2.** Входные требования для освоения дисциплины , предварительные условия :

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: математический анализ (1й семестр), алгебру (1й семестр), аналитическую геометрию
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные направления, проблемы, теории и методы современной математики.

Уметь: решать стандартные задачи математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами из этих разделов математики.

**3.** Результаты обучения по дисциплине , соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников*.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Компетенции выпускников (коды)** | **Планируемые результаты обучения по дисциплине , соотнесенные с компетенциями** |
| *ПК-1* | ***Знать:*** *стандартные методы построения соответствия между матрицами и графами, результаты о матрицах и графах, возникающих при каждом из этих соответствий, стандартные методы анализа графа и его числовых характеристик, использующие матрицы.*  ***Уметь*** *ориентироваться в современных результатах теории матриц и графов, проблемах и методах их исследования.*  ***Владеть:*** *методами решения практических задач по изученным темам.* |
| *ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3* | ***Уметь*** *решать стандартные задачи профессиональной научной деятельности, связанные с исследованием графов и матриц, на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий*    ***Иметь опыт*** *практического использования математических результатов и алгоритмов, построенных на соответствии графов и матриц, в том числе с применением современных вычислительных систем*  *\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_* |
| *УК-1* | ***Уметь*** *формулировать научно обоснованные гипотезы, создавать теоретические модели явлений и процессов, применять методологию научного познания в профессиональной деятельности*  ***Владеть*** *специальными разделами фундаментальной математики, методами анализа и решения задач, использующими взаимосвязи между матрицами и графами* |

**4.** Формат обучения очный.

**5.** Объем дисциплины составляет **1** з.е., в том числе **36**  академических часа, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем, **40**  академических часов на самостоятельную работу обучающихся.

**6.** Содержание дисциплины , структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины ,**  **Форма промежуточной аттестации по дисциплине** | **Всего**  **(часы**) | | | В том числе | | | | |
| **Контактная работа  (работа во взаимодействии с преподавателем)**  **Виды контактной работы, часы** | | | | **Самостоятельная работа обучающегося,**  **часы** |
| Занятия лекционного типа\* | Занятия семинарского типа\* | | **Всего** |  |
| Тема 1. Графы. Основные понятия | 4 | | | 2 |  | | 2 | 2 |
| Тема 2. Присоединенная матрица графа. Матрица инцидентности | 4 | | | 2 |  | | 2 | 2 |
| Тема 3. Матрица Лапласа. Паросочетания | 4 | | | 2 |  | | 2 | 2 |
| Тема 4. Ориентированные графы и их матрицы. Лемма о степени и ее следствия | 4 | | | 2 |  | | 2 | 2 |
| Тема 5. Неразложимые матрицы. Эквивалентные определения | 4 | | | 2 |  | | 2 | 2 |
| Тема 6. Вполне неразложимые матрицы | 4 | | | 2 |  | | 2 | 2 |
| Тема 7. Примитивные матрицы. Теорема Виландта об экспоненте примитивной матрицы | 2 | | | 1 |  | | 1 | 2 |
| Тема 8. Многомерная матричная экспонента и обобщения теоремы Виландта | 4 | | | 2 |  | | 2 | 2 |
| Тема 9. Положительные матрицы и теорема Перрона | 4 | | | 2 |  | | 2 | 2 |
| Контрольная работа | 6 | | |  | 1 | | 1 | 5 |
| Тема 10. Спектральный радиус неотрицательных матриц и теорема Фробениуса | 4 | | | 2 |  | | 2 | 2 |
| Тема 11. Регулярные и строго регулярные графы | 4 | | | 2 |  | | 2 | 2 |
| Тема 12. Потоки в сетях | 4 | | | 2 |  | | 2 | 2 |
| Тема 13. Функция перманента и ее приложения | 4 | 2 | | | |  | 2 | 2 |
| Тема 14. Скрамблинг индекс неотрицательных матриц | 4 | 2 | | | |  | 2 | 2 |
| Тема 15. Латинские квадраты и прямоугольники. Частичные трансверсали | 2 | 1 | | | |  | 1 | 1 |
| Тема 16. Графы и конечные автоматы. Гипотеза Черни | 4 | 2 | | | |  | 2 | 2 |
| Контрольная работа | 6 |  | | | | 1 | 1 | 5 |
| Экзамен |  | | | | | | 4 |  |
| **Итого** | 76 | | 36 | | | | | 40 |

7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине

7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.

1. Нарисуйте граф с не менее чем 5 вершинами. Выпишите матрицы инцидентности и смежности этого графа. Найдите матрицу путей некоторого остовного поддерева этого графа.

2. Существует ли неразложимая матрица, квадрат которой разложим?

3. Определите являются ли матрицы а) неразложимыми, б) примитивными двумя способами.

4. Докажите, что для ортогональной матрицы A=(aij) выполняется |aij|=|det(A(i|j)|.

5. Найдите все элементарные порождающие подграфы графа К4. Докажите, что определитель его матрица смежности равняется -3.

6. Докажите, что матрица инцидентности двудольного неориентированного графа унимодулярна.

7. Найдите индекс цикличности заданного графа.

8. Найдите скрамблинг-индекс заданного графа.

9. Найдите экспоненту графа.

7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации.

* Графы и операции над графами
* Матрицы графа и их свойства
* Неразложимые и вполне неразложимые матрицы
* Примитивные матрицы
* Теорема Перрона и теорема Фробениуса
* Поиск перроновых векторов и чисел
* Свойства перманента
* Потоки в сетях
* Скрамблинг-индекс
* Трансверсали и частичные трансверсали
* Графы и конечные автоматы

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)** | | | | |
| Оценка  РО и соответствующие виды оценочных средств | 2 | 3 | 4 | 5 |
| **Знания**  *(виды оценочных средств: устные и письменные опросы и контрольные работы, тесты, и т.п. )* | Отсутствие знаний | Фрагментарные знания | Общие, но не структурированные знания | Сформированные систематические знания |
| **Умения**  *(виды оценочных средств: практические контрольные задания, написание и защита рефератов на заданную тему и т.п.)* | Отсутствие умений | В целом успешное, но не систематическое умение | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности непринципиального характера) | Успешное и систематическое умение |
| **Навыки  (владения, опыт деятельности)**  *(виды оценочных средств: выполнение и защита курсовой работы, отчет по практике, отчет по НИР и т.п.)* | Отсутствие навыков (владений, опыта) | Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта) | В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме | Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач |

8. Ресурсное обеспечение:

* Перечень основной и дополнительной литературы

1. Перечень основной учебной литературы:

* R.A. Brualdi, H.J. Ryser, Combinatorial matrix theory, Cambridge University Press, Cambridge, 1991
* J.A. Bondy, U.S.R. Murty, Graph Theory with Applications, MacMillan Press ltd., London, 1976
* Ф. Харари, Теория графов, Либроком, 2009
* В.Н. Сачков, В.Е. Тараканов, Комбинаторика неотрицательных матриц, Научное издательство «ТВП», Москва, 2010
* В.Е. Тараканов, Комбинаторные задачи и (0,1)-матрицы, Москва «Наука», 1985
* Х. Минк, Перманенты, Москва «Мир», 1982

1. Перечень дополнительной учебной литературы:

* Ландо С.К [Введение в дискретную математику](http://publications.hse.ru/view/72956594). М.: МЦНМО, 2012.
* Ландо С. К., Звонкин А. [Графы на поверхностях и их приложения](http://publications.hse.ru/view/63862344). М.: МЦНМО, 2010.
* P. Butkovič, Max-linear Systems: Theory and Algorithms, Springer Monographs in Mathematics, Springer-Verlag, 2010.
* J.A. Bondy, U.S.R. Murty, Graph Theory, Springer, Graduate Texts in Mathematics v. 244, 2008
* О. Оре, Теория графов, Либроком, 2009
* Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

<http://ti.math.msu.su/wiki/doku.php?id=start>

9. Язык преподавания.

Русский

10. Преподаватели

А.Э. Гутерман, Е.М. Крейнес

11. Авторы программы.

А.Э. Гутерман, Е.М. Крейнес