Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Механико-математический факультет

Кафедра теоретической информатики

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/А.В.Михалев /

«22» января 2019 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Наименование дисциплины :**

спецкурс по выбору студента

**Алгоритмы и структуры данных**

**Уровень высшего образования:**

**магистратура**

**Направление подготовки (специальность):**

**01.04.01 Математика**

**Направленность (профиль) ОПОП:**

**Математика**

Форма обучения:

очная

Рабочая программа рассмотрена и одобрена

на заседании кафедры Теоретической информатики

(протокол №2а , «22» января 2019 года)

Москва 2019

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по специальности «Математика» (программы магистратуры*)* в редакции приказа МГУ от 30 декабря 2016 г.

Год (годы) приема на обучение\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**1.** Место дисциплины в структуре ОПОП ВО. **Вариативная часть ОПОП ВО***.*

**2.** Входные требования для освоения дисциплины, предварительные условия:

**3.** Результаты обучения по дисциплине , соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников*.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Компетенции выпускников (коды)** | **Планируемые результаты обучения по дисциплине , соотнесенные с компетенциями** |
| ПК-1.М | **Знать:**понятие сложности алгоритма, сложность в худшем, в среднем и амортизированная. Алгоритмы сортировки (на основе сравнений и поразрядные), основные структуры данных (деревья поиска, хеш-таблицы, кучи, системы непересекающихся множеств), алгоритмы на графах (поиск компонент связности, кратчайшего пути, покрывающих деревьев, оптимальных потоков в сетях), методы построения алгоритмов (жадные алгоритмы, динамическое и линейное программирование), понятие класса NP, сводимость и основные NP-полные задачи.**Уметь:**доказывать корректность алгоритма, проводить анализ сложности, выбирать подходящий алгоритм для решения своей задачи. |
| УК-1.М | **Уметь:** формулировать научно обоснованные гипотезы, создавать теоретические модели явлений и процессов, применять методологию научного познания в профессиональной деятельности**Владеть:** специальными разделами фундаментальной математики, методами анализа и решения задач |

**4.** Формат обучения очный.

**5.** Объем дисциплины составляет **7 з.е.,** в том числе **68** академических часов, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем, **74** академических часов на самостоятельную работу обучающихся

**6.** Содержание дисциплины , структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины ,****Форма промежуточной аттестации по дисциплине**  | **Всего****(часы**) | В том числе |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем)****Виды контактной работы, часы** | **Самостоятельная работа обучающегося,** **часы**  |
| Занятия лекцион-ного типа\* | Занятия семинарского типа\* | **Всего** |  |
| Тема 1. Сложность алгоритмов, бинарный поиск, сортировка выбором и вставками. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 2. Сортировка слиянием. Основная теорема для метода «разделяй и властвуй». | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 3. Алгоритм Карацубы умножения чисел, алгоритм Штрассена умножения матриц. Быстрое преобразование Фурье. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 4. Оценка снизу количества сравнений при сортировке, быстрая сортировка Хоара, сложность в среднем и в худшем. Задача Дейкстры о голландском флаге, 3х-частное разбиение, эвристики выбора опорного элемента. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 5. Алгоритмы нахождения k-й порядковой статистики - вероятностный и детерминированный. Метод сортировки TimSort. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 6. Абстрактные типы данных, интерфейс и реализация, стек и очередь - реализация связанным списком и массивом. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 7. Ассоциативные массивы, бинарные деревья поиска. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 8. Сбалансированные деревья, 2-3 и красно-черные деревья. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 9. B-деревья, геометрические приложения бинарных деревьев поиска. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 10. Хеш-таблицы, реализация методом цепочек и открытой адресацией. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 11. Распределенные хеш-таблицы. Фильтр Блума. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 2 |  |  2 | 2 |  |
| Тема 12. Графы, способы представления в программе. Поиск в глубину и поиск в ширину. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 13. Топологическая сортировка. Алгоритм Косарайю поиска сильносвязанных компонент. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 14. Минимальные остовные деревья. Алгоритмы Прима и Крускала. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 15. Очередь с приоритетами, реализация с помощью бинарной кучи. Пирамидальная сортировка. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 16. Система непересекающихся множеств, (union-find), примитивная реализация, версия со взвешиванием и сокращением путей. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 17. Жадные алгоритмы. Задача о расписании, задача о кэшировании, выбор непересекающихся интервалов. Оптимальные беспрефиксные коды, алгоритм Хаффмана. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 18. Задача о рюкзаке. Задача о покрытии множествами. Оценка точности решения, получаемого с помощью жадного алгоритма. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 19. Поиск кратчайших путей в графе из одной вершины. Алгоритм Дейкстры. Алгоритм Беллмана-Форда. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 20. Поиск кратчайших путей в графе из всех вершин. Алгоритм Флойда. Алгоритм избавления от ребер отрицательной длины. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Тема 21. Динамическое программирование. Задача о максимальном независимом множестве в деревьях. Задача о наибольшей возрастающей последовательности. Расстояние редактирования и алгоритм Левенштейна. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 22. Алгоритм динамического программирования в задаче о рюкзаке и задаче коммивояжёра. Задача о произведении матриц. Оптимальные бинарные деревья поиска. Динамика по профилю. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 2 |  | 2 | 2 |  |
| Тема 23. Максимальное паросочетание. Алгоритм Форда-Фалкерсона. Алгоритм Куна. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 24. Потоки в сетях. Теорема Форда-Фалкерсона. Алгоритм Эдмондса-Карпа. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 25. Поразрядная сортировка. Сортировка строк. Tries. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 26. Конечные автоматы. Регулярные выражения. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 27. Поиск подстроки. Алгоритм Кнута-Морриса-Пратта. Алгоритм Ахо-Корасика. Алгоритм Бойера-Мура. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 28. Суффиксные массивы и суффиксные деревья. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 29. Линейное программирование. Стандартная форма. Двойственность. Симплекс-метод. Эвристики выбора входящей переменной. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 30. Приложения линейного программирования. Траспортная задача, задача о паросочетании. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 31. Целочисленное линейное программирование. Метод ветвей и границ. Метод отсечений. Сведение комбинаторных задач к задачам целочисленного линейного программирования. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Тема 32 Классы P и NP. Сведение задач. NP-полнота. 3-SAT, поиск гамильтонова пути, задача коммивояжёра, задача о рюкзаке, минимальное вершинное покрытие, уравнения в нулях и единицах.. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 33. Доказательство NP-полноты задач SAT, 3-SAT, о трехдольном сочетании, уравнений в нулях и единицах, о рюкзаке, целочисленного линейного программирования, о гамильтоновом цикле, коммивояжёра. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Тема 34. Приближенные методы решения NP-полных задач. Полиномиальный алгоритм решения задачи о рюкзаке с точностью (1-eps). Метод локального поиска при решении NP-задач. | 4 | 2 |  | 2 | 2 |
| Промежуточная аттестация – контрольная работа | 4 |  |  | 2 | 2 |
| *экзамен* | 8 4 | 4 |
| **Итого** | 142 |  68 | 74 |

7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине

7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.

•    Докажите, что алгоритмическая сложность возведения в квадрат n-битового числа не меньше, чем алгоритмическая сложность умножения n-битовых чисел.
•    Покажите, что если матрицу n x n можно возвести в квадрат за O(n^c), то матрицы можно умножать за O(n^c).
•    Выберем 3 случайных элемента массива и выберем в качестве опорного элемента средний из них. а) Какова вероятность того, что разбиение с помощью такого опорного элемента разобьет массив размера N на части размера k и N-k? б) Посчитайте вероятность того, что размер каждой из частей будет не меньше N/3. Сравните с вероятностью этого при равномерном случайном выборе опорного элемента.
•    Дано N точек в квадрате [0,1]x[0,1]. Требуется многократно обрабатывать запросы следующего типа: для заданной точки (x,,y) найти ближайшую из этих N точек. а) Придумайте алгоритм, использующий разбиение квадрата на m x m квадратов меньшего размера. б) Придумайте алгоритм с использование 2d-дерева.
•    Запишите задачу минимального вершинного покрытия в виде задачи ЛП. Покажите, что у этой задачи существует полуцелое решение. Покажите, что округлив это решение, мы получим 2-приближение для задачи вершинного покрытия.
•    Воспользуйтесь алгоритмом построения минимального покрывающего дерева для того, чтобы построить 2-приближенный алгоритм для задачи коммивояжера.

7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации.

•    Даны k упорядоченных массивов размера n. Придумайте алгоритм их слияния. Оцените сложность алгоритма.
•    Даны n точек на плоскости. Придумайте эффективный алгоритм нахождения пары ближайших точек. Какова его сложность?
•    Дано N горизонтальных и вертикальных отрезков. Предложите алгоритм нахождения всех точек пересечения.

Для строки s рассмотрим набор P\_k(s) всех подстрок размера k. Легко видеть, что таких подстрок всего m-k+1 (если подстроки повторяются, то мы учитываем их с кратностью). Пусть нам дан набор P из m-k+1 строк длины k. Найти строку s длины m такую, что P\_k(s)=P.
•    Задача о минимальном разрезе. Дан граф G=(V,E) и некоторое подмножество его вершин S. Найти наименьшее множество ребер, при удалении которых
а) предложите полиномиальный алгоритм для |S|=2
б) предложите 2-приближенный алгоритм для |S|=3
•    Теорема Холла. Пусть G - двудольный граф с n вершинами в каждой доле. Пусть для любых выбранных k вершин из первой доли существует не менее k вершин из второй доли, которые соединены ребром с одной из выбранных вершин первой доли, для всех k=1,2...n. Тогда существует совершенное паросочетание: n ребер, покрывающие все вершины графа. Докажите эту теорему с использованием теоремы Форда-Фалкерсона.

|  |
| --- |
| **ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)**  |
| ОценкаРО исоответствующие виды оценочных средств  | 2 | 3 | 4 | 5 |
| **Знания***(виды оценочных средств: устные и письменные опросы и контрольные работы, тесты, и т.п. )* | Отсутствие знаний | Фрагментарные знания | Общие, но не структурированные знания | Сформированные систематические знания |
| **Умения***(виды оценочных средств: практические контрольные задания, написание и защита рефератов на заданную тему и т.п.)*  | Отсутствие умений | В целом успешное, но не систематическое умение | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности непринципиального характера) | Успешное и систематическое умение |
| **Навыки (владения, опыт деятельности)***(виды оценочных средств: выполнение и защита курсовой работы, отчет по практике, отчет по НИР и т.п.)*  | Отсутствие навыков (владений, опыта) | Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта) | В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме | Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач |

8. Ресурсное обеспечение:

 Литература:
Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест, К. Штайн «Алгоритмы. Построение и анализ», Вильямс, 2013

Р. Седжвик, К. Уэйн «Алгоритмы на Java», Вильямс, 2012

С. Дасгупта, Х. Пападимитриу, У. Вазирани «Алгоритмы», МЦНМО, 2014

 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

<http://neerc.ifmo.ru/wiki>

<http://e-maxx.ru/>

<http://algolist.manual.ru/>

9. Язык преподавания.

Русский

10. Преподаватели

Адрианов Н.М., Иванов А.Б.

11. Авторы программы.

Адрианов Н.М., Иванов А.Б.